

REMARQUES ET RECOMMANDATIONS DU JURY A L'ISSUE DES EPREUVES DE MATHÉMATIQUES
SESSION 2021 (ISE option économie et option mathématiques)

ISE ECO

Première et deuxième composition de mathématiques

1. Contexte général

Si le concours 2020 avait été perturbé par la pandémie du Covid-19, et organisé mi- juillet au lieu de début avril, le concours 2021 a également connu une perturbation certes d'un autre ordre mais aux conséquences voisines. Une malencontreuse permutation entre les épreuves de mathématiques dans un centre a conduit à annuler le concours d'avril, et à le reporter fin juin. Encore une fois, donc, mais pour des raisons différentes, il a fallu tout réorganiser sur les plans logistiques et administratifs, ce qui est une preuve de réactivité, d'adaptabilité et d'efficacité, et une source de coût ; et les candidats ont dû faire face à trois mois imprévus de décalage, avec un impact potentiel sur leur implication et leur préparation.

Le deuxième concours a eu lieu non pas avec des « sujets de rattrapage » ou « de réserve », mais avec des sujets nouveaux.

2. Objectif du concours

Les deux épreuves de mathématiques sont destinées théoriquement à des étudiants en économie dont l'objectif est, à terme, d'être à l'aise avec l'application des méthodes quantitatives de la statistique et de la modélisation économique dans les futures études d'ISE et les métiers auxquels ouvrent ces mêmes études.

Le but de ces épreuves est donc de dégager une « tête » de concours composée de candidats ayant, a priori, les meilleures chances de comprendre et d'assimiler les enseignements formalisés à dominante scientifique liés au diplôme ISE, diplôme d'ingénieur.

Cette « tête » doit être suffisamment large pour permettre aux autres épreuves du concours de contribuer efficacement à la meilleure sélection et à la diversité des connaissances.

Pour ce faire, les épreuves de Maths 1 et Maths 2 doivent : - d'une part, permettre de différencier de façon progressive les candidats, tout en essayant d'être accessibles à tous les candidats de bon niveau, sans privilégier telle ou telle formation initiale ; c'est l'ambition n°1 de la première épreuve, creuser à la fois les connaissances et les compétences dans un domaine précis (connaissances et compétences ne sont pas synonymes), - d'autre part, détecter et éliminer les candidats n'ayant pas assimilé les prérequis considérés comme nécessaires à des études d'ingénieur statisticien, en jouant sur toute l'étendue du programme du concours ; c'est la priorité de la deuxième épreuve.

Les deux épreuves prises dans leur ensemble sont conçues pour couvrir a minima une proportion de 80 % des thèmes du programme du concours, et ainsi détecter les éventuels « trous » de chacun.

Il est donc fait appel aux connaissances générales des candidats mais aussi à leurs capacités de réflexion et de réaction dans un contexte mixant parfois des étapes successives et progressives avec la résolution de « petits » exercices (compréhension générale et savoir-faire technique ponctuel).

3. Les épreuves 2021

Les grands thèmes des contenus des deux épreuves du concours 2021 étaient les suivants :

Epreuve Maths 1 : (4 heures) Elle était constituée de deux problèmes indépendants.

Le premier problème, portant sur l'analyse, était d'une facture relativement classique.

En 6 grandes questions (et 11 sous-questions), il fallait étudier la famille paramétrée de fonctions $f(x) = xae^{-x}$ où a était un paramètre réel : étude de fonctions, intégrales, limites, ...Du traditionnel (ce qui ne veut pas dire « du facile »).

Le deuxième problème était beaucoup moins classique, et plutôt très innovant. Il traitait d'arithmétique élémentaire pour avancer dans la recherche d'un algorithme permettant de créer des codes secrets comme les codes de cartes bancaires. Il était composé de 6 grandes questions et 16 sous-questions.

Cette finalité reposait sur l'observation de suites de chiffres obtenues en écrivant les uns après les autres les nombres composés de n chiffres ; par exemple, pour $n = 3$, la suite était 100101102 ...997998999.

L'objet était alors de dénombrer les occurrences de chaque chiffre de 0 à 9, en donnant un rôle particulier au chiffre 1.

Epreuve Maths 2 : (3 heures) Elle était composée de cinq exercices indépendants portant sur des thématiques différentes, afin de couvrir le spectre le plus large du programme ; 18 questions au total.

Le premier portait sur du calcul intégral.

Le deuxième traitait de matrices carrées et de suites.

Le troisième abordait les lois de probabilité.

Le quatrième portait sur des polynômes de degré 3 vérifiant une relation fonctionnelle.

Dans le cinquième, il était question de trouver les diviseurs de la différence entre nombres symétriques.

Rappel : pour la troisième fois depuis 2019, la première épreuve de mathématiques était sélective et filtrait les candidats ayant obtenu une note supérieure ou égale à 5.

4. Déroulement des épreuves et observations après correction

Epreuve de Maths 1 : Chacun des deux problèmes a compté avec le même poids dans le barême de notation (10 / 10).

Problème 1 : Ce premier problème d'analyse ne présentait pas de difficulté particulière, sinon par sa longueur, la réflexion sur les valeurs du paramètre et les incontournables fautes de calcul ou d'inattention tout à fait

compréhensibles un jour de concours, même si les éviter devrait être une préoccupation (exemple, écrire $xa = x$ – au lieu de $1 - a = 0$).

Il semble que de nombreux candidats n'emploient pas systématiquement de brouillon, et font les calculs directement sur la copie elle-même.

Comme le sujet proposé commençait par cet énoncé, 96 % des candidats ont commencé par lui.

Problème 2 : Ce problème a été très sélectif ; à ma grande surprise, tous les candidats ont été bien loin de faire la différence entre chiffre et nombre (exemple de difficulté : à la question 1 demandant « combien de chiffres écrit-on, au total, quand on écrit tous les nombres de 10 à 99 à la suite ? » – soit 90 nombres de deux chiffres, donc une réponse attendue égale à $90 \times 2 = 180$ chiffres – à peine 5 % des candidats ont trouvé la bonne réponse !).

En outre, ce problème a montré que l'éventuelle maîtrise des connaissances était insuffisante pour démontrer la maîtrise transversale des compétences, avec le sens du recul et l'avancement « vers une recherche concrète et opérationnelle ». En clair, aucun candidat n'a traité le sujet majoritairement avec succès et compréhension, même si certains d'entre eux ont su poser le problème et avancer dans sa résolution.

En synthèse, cette première épreuve a permis de mettre en évidence des candidats.

Epreuve Maths 2 : Cette deuxième épreuve est, en général, souvent considérée par les candidats comme plus abordable que l'épreuve n°1 : la durée est de 3 h seulement, le chiffre 2 de l'intitulé Maths 2 est moins impressionnant que le 1 de Maths 1 ; en outre, les coefficients ne sont pas les mêmes et les énoncés sont plus courts.

La diversité des domaines abordés fait qu'un étudiant peut « normalement » espérer trouver un domaine ou un énoncé dans lequel il se sent plus à l'aise, ce qui lui permet de commencer l'épreuve dans un meilleur contexte.

Ceci est à la fois la théorie et un constat d'expérience.

Dans les faits :

Exercice 1 : calcul intégral N'a pas soulevé de difficultés particulières (aux erreurs de calcul près ou de confusion avec les logarithmes : la fonction était de la forme u'/u^2 donc primitive $-1/u$ et des candidats ont confondu avec u/u menant à $\ln u$).

Exercice 2 : matrices et suites Exercice assez sélectif surtout dans sa deuxième partie consacrée aux suites récurrentes en écriture matricielle. Plutôt globalement bien traité cependant dans la partie algèbre linéaire.

Exercice 3 : probabilités De nombreux candidats ont confondu loi géométrique et loi binomiale.

Assez sélectif, mais bien traité par les candidats qui l'ont abordé correctement.

Exercice 4 : polynômes Bien traité, la sélection s'est faite sur la partie 1.

Exercice 5 : arithmétique Bien traité par les candidats pensant à écrire un nombre de 2 chiffres, ab , sous la forme $ab = 10a + b$. Cerise sur le gâteau pour les bons candidats.

A priori, je n'ai pas décelé de copies semblables au point de faire penser à un éventuel copiage, limité ou étendu, encore moins à des copies semblables et réussies.

5. Appréciation du niveau des épreuves et des candidats

Au vu des résultats obtenus par les candidats, quels constats peut-on tirer de ces deux épreuves de mathématiques du concours 2021 ?

Le premier constat est que le concours 2021 voit une « légère » augmentation du nombre de centres organisateurs (19, pour 17 en 2020 mais 21 en 2019) et un arrêt de la décroissance du nombre de candidats à la première c'est cependant un fort contingent.

Le deuxième constat est que les deux épreuves sont dans la norme du concours.

Ainsi, l'épreuve de Maths 1 de 2021 est totalement dans la ligne des années précédentes. Impossible de porter un jugement pertinent sur le lien Maths 1 - Maths 2 puisque la base de candidats n'est pas identique à celle de Maths 1.

Remarque de conclusion :

Les deux épreuves de Maths 1 et Maths 2 ont permis de dégager une base de sélection pertinente, et les autres épreuves du concours permettront ainsi de révéler une tête du concours ISE – Economie de bon niveau et diversifiée.

ISE MATHS

Première composition de mathématiques

1 Contenu du sujet

Le sujet était constitué de deux problèmes indépendants. Le premier problème s'intéressait à des propriétés liées à la continuité dans un compact (théorème de Heine, théorème de Stone- Weierstrass). Le deuxième problème traitait de la limite d'une suite d'endomorphismes dans l'anneau des polynômes pour laquelle les dimensions des noyaux et des images ne sont pas conservées à la limite. Dans l'ordre d'apparition, le sujet demandait des compétences dans les domaines suivants Analyse | propriétés topologiques des fermés et des ouverts, | borne supérieure d'une fonction continue, | pré-images de boules ouvertes par des fonctions continues, | extraction de suites, | formule du binôme de Newton, | calcul de séries entières, | principe de récurrence, | manipulation de quantificateurs, Algèbre | anneau, endomorphisme d'anneau, | théorème du rang, | calcul de noyaux et d'images d'endomorphismes, | diagonalisation, | changement de base, | calcul de vecteurs propres d'une matrice de taille 3 × 3, | norme d'espaces vectoriels, | calcul de rang d'une matrice.

2 Adéquation du sujet au concours

Sur le problème d'analyse : | On remarque que les questions 4 et 5 sont relativement binaires (c'est soit tout faux, soit correct). C'est exactement l'impression du correcteur. Soit les candidats tentent une démonstration complètement alambiquée et incorrecte, soit la démonstration démarre correctement et la déduction logique est immédiate.

La question 1 qui consiste à calculer le degré d'un polynôme n'est pas maîtrisée par tous les candidats. La question 3 n'est parfois même pas comprise par les candidats qui tentent des démonstrations complètement hors de propos et longues de 2 ou 3 pages. La question 7 est binaire. Les candidats qui ont remarqué que la suite était stationnaire à 3/2 (avec un rang stable à la valeur 3) ont obtenu tous les points. Certains candidats arrivent à faire des calculs qui les amènent à la valeur 5/2...

La question 12 était triviale si on comprenait un minimum la démarche et si la matrice exhibée en question 5 était correcte. À la question 19, un nombre non négligeable de candidats a réussi à obtenir tous les points, alors que les questions précédentes étaient fausses ; ce qui amène parfois une réussite en question 20. Mais, comme on pouvait s'y attendre, des candidats ont répondu «oui» à la question 20, alors que la réponse était évidemment «non» si on avait su répondre à la question 19.

En algèbre, on peut remarquer que toutes les questions sont départageantes, sauf peut-être les 5 dernières questions qui étaient un peu dures, mais c'est une volonté du sujet d'avoir des questions finales plus difficiles.

Ces indicateurs permettent de conclure que le sujet a permis de classer les candidats.

Deuxième composition de mathématiques

Contexte

L'épreuve est composée de 6 exercices indépendants, comme l'année précédente. Les trois premiers exercices portent sur l'algèbre (matrices, applications linéaires et polynômes) et les trois autres sur l'analyse (intégration, étude de fonctions, développements limités et séries numériques).

L'épreuve est peut-être un peu longue, mais il s'agit d'un concours et de plus, elle a été strictement notée sur vingt.

Résultats

Chaque question a toujours été traitée par au moins une vingtaine de candidats.

Sur cette épreuve, on ne peut pas dire que globalement un type d'exercice a été mieux traité que les autres. En général, les débuts (plus faciles) des exercices sont davantage abordés que les dernières questions. Souvent les candidats se perdent dans les calculs, alors quelques considérations théoriques permettent d'éviter de longs calculs.